

1. Розкладемо чисельник на множники:

$$x^3 - 7x + 6 = x^3 - x - 6x + 6 = x \cdot (x^2 - 1) - 6 \cdot (x - 1) = (x - 1) \cdot (x \cdot (x + 1) - 6) = \\ = (x - 1) \cdot (x^2 + x - 6) = (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3).$$

Отримаємо $\frac{(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)}{x + 3} = 0.$

$$(x - 1) \cdot (x - 2) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 2$$

Сума коренів вихідного рівняння $x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3.$

Відповідь : 3

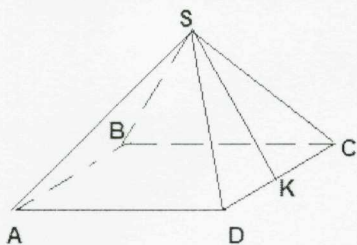
2.
$$\frac{(x + 4)^2}{3x - 9} : \frac{2x + 8}{x^2 - 9} = \frac{(x + 4)^2}{3(x - 3)} \cdot \frac{(x - 3) \cdot (x + 3)}{2(x + 4)} = \frac{(x + 4) \cdot (x + 3)}{6}.$$

Відповідь : $\frac{(x + 4) \cdot (x + 3)}{6}.$

- 3.

Дано : $SABCD$ – правильна

чотирикутна піраміда.



ΔDSC - рівносторонній трикутник .

$$SK \perp DC, \quad SK = 2\sqrt{3}.$$

Обчислити $P_{ABCD}.$

Основою піраміди є квадрат, тому $P_{ABCD} = 4DC.$

Розглянемо правильний $\Delta DSC.$

$$DC = \frac{SK}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4. \quad \text{Отже, } P_{ABCD} = 4 \cdot 4 = 16.$$

Відповідь : 16 см.

4. $\lg x < 3, \quad \lg x < \lg 10^3$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x < 1000 \end{cases} \quad 0 < x < 1000.$$

Відповідь : 1000.

5. $\log_4^2 x + 2 \log_4 x - 1 = 0.$

Зробимо заміну $y = \log_4 x.$ В нових змінних запишемо рівняння $y^2 + 2y - 1 = 0.$

$$y_1 = -1 + \sqrt{2}, \quad y_2 = -1 - \sqrt{2}. \quad \text{Повертаємось до заміни } \log_4 x = -1 + \sqrt{2} \quad \text{або}$$

$$\log_4 x = -1 - \sqrt{2}. \quad \text{Тоді } x_1 = 4^{-1 + \sqrt{2}}, \quad x_2 = 4^{-1 - \sqrt{2}}, \quad x_1 \cdot x_2 = 4^{-1 + \sqrt{2}} \cdot 4^{-1 - \sqrt{2}} = 4^{-2} = \frac{1}{16}.$$

Відповідь : $\frac{1}{16}.$

6. $3^{x-4} < 41, \quad 3^{x-4} < 3^{\log_3 41}, \quad x - 4 < \log_3 41, \quad x < \log_3 41 + 4.$ Оскільки $3 < \log_3 41 < 4,$ то $7 < \log_3 41 + 4 < 8.$

Відповідь : $x = 8.$

$$7. \left(\frac{64}{27}\right)^{x-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^8, \left(\left(\frac{4}{3}\right)^3\right)^{x-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-8}, \left(\frac{4}{3}\right)^{3x-6} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-8}, 3x-6 = -8, x = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Відповідь: } x = -\frac{2}{3}.$$

8. Дано $a_3 = 4,5$, $a_{12} = 7$. Для знаходження різниці арифметичної прогресії складемо систему:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 4,5 \\ a_1 + 11d = 7 \end{cases}, \quad a_1 = 4,5 - 2d, \quad 4,5 - 2d + 11d = 7, \quad 9d = 2,5, \quad d = \frac{5}{18}.$$

$$\text{Відповідь: } d = \frac{5}{18}.$$

9. Дано $b_1 = 8$, $b_4 = 0,125$. Знайдемо b_2 .

$$\text{Маємо } b_4 = b_1 \cdot q^3, \quad 0,125 = 8 \cdot q^3, \quad \text{звідси } q^3 = \frac{0,125}{8} = \frac{1}{64}. \quad \text{Отже, } q = \frac{1}{4} \text{ і } b_2 = b_1 \cdot q = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2.$$

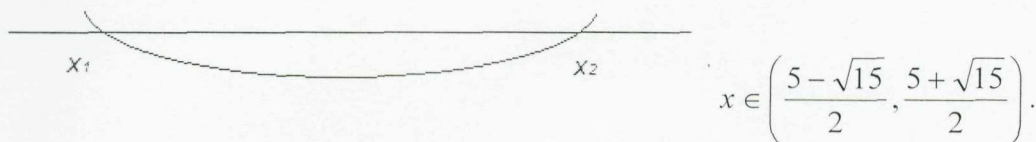
$$\text{Відповідь: } b_2 = 2.$$

10. Розв'яжемо нерівність графічним методом.

$$-2x^2 + 10x - 5 > 0, \quad 2x^2 - 10x + 5 < 0.$$

Знайдемо точки перетину графіка з віссю ОХ. Для цього

$$2x^2 - 10x + 5 = 0, \quad D = 60, \quad x_1 = \frac{10 - 2\sqrt{15}}{4} = \frac{5 - \sqrt{15}}{2}, \quad x_2 = \frac{5 + \sqrt{15}}{2}.$$



$$\text{Відповідь: } x \in \left(\frac{5 - \sqrt{15}}{2}, \frac{5 + \sqrt{15}}{2} \right).$$

$$11. \cos\left(5x - \frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Розв'язок запишемо у вигляді: } 5x - \frac{5\pi}{12} = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z.$$

$$5x = \frac{5\pi}{12} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in Z, \quad x = \frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}, \quad n \in Z.$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{30} + \frac{2\pi n}{5}, \quad n \in Z.$$

$$12. \sin \frac{x}{9} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Розв'язок запишемо у вигляді: } \frac{x}{9} = (-1)^k \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi k, \quad k \in Z,$$

$$\frac{x}{9} = (-1)^k \left(-\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)\right) + \pi k, \quad k \in Z, \quad x = 9 \cdot (-1)^{k+1} \left(\frac{\pi}{6}\right) + 9\pi k, \quad k \in Z,$$

$$x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{3\pi}{2} + 9\pi k, k \in Z.$$

$$\text{Відповідь: } x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{3\pi}{2} + 9\pi k, k \in Z.$$

13. Використовуючи формули зведення: $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x$, отримаємо

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin x = \sin x - \sin x = 0.$$

Відповідь: 0.

14. Розв'яжемо рівняння $(x^2 - 4x)^2 - 6(x - 2)^2 = 16$.

$$(x^2 - 4x)^2 - 6(x^2 - 4x + 4) - 16 = 0, \quad (x^2 - 4x)^2 - 6(x^2 - 4x) - 24 - 16 = 0.$$

Зробимо заміну $y = x^2 - 4x$. В нових змінних отримаємо рівняння:

$$y^2 - 6y - 40 = 0, \quad D = 196, \quad y_1 = \frac{6 - 14}{2} = -4, \quad y_2 = \frac{6 + 14}{2} = 10.$$

Повертаємось до заміни

$$x^2 - 4x = -4 \quad \text{або} \quad x^2 - 4x = 10$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad x^2 - 4x - 10 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0 \quad D = 56$$

$$x = 2 \quad x_1 = \frac{4 - 2\sqrt{14}}{2} = 2 - \sqrt{14}, \quad x_2 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{2} = 2 + \sqrt{14}$$

$$\text{Відповідь: } \{2 - \sqrt{14}, 2, 2 + \sqrt{14}\}.$$

15. Розв'яжемо рівняння $|2x - 3| = |x - 3|$.

$$\text{Піднесемо обидві частини до квадрату} \quad (2x - 3)^2 = (x - 3)^2$$

$$3x^2 - 6x = 0, \quad 3x \cdot (x - 2) = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 2.$$

$$\text{Відповідь: } \{0; 2\}.$$

16. Спростимо вираз:

$$\frac{a^{-2}b^{-1} + a^{-1}b^{-2}}{a^{-2} - b^{-2}} = \frac{a^{-1}b^{-1}(a^{-1} + b^{-1})}{(a^{-1} - b^{-1})(a^{-1} + b^{-1})} = \frac{a^{-1}b^{-1}}{a^{-1}b^{-1}(b - a)} = \frac{1}{b - a}.$$

$$\text{Відповідь: } \frac{1}{b - a}.$$

17. Розв'яжемо нерівність: $\frac{1}{8}6^{3x} - 2^{3x} \cdot 3^{3x} < 0$.

$$\frac{1}{8}6^{3x} - 6^{3x} < 0, \quad 6^{3x}\left(\frac{1}{8} - 1\right) < 0, \quad 6^{3x}\left(\frac{1}{8} - 1\right) < 0, \quad 6^{3x}\left(-\frac{7}{8}\right) < 0, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

