

«Затверджую»

Директор Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор



[Handwritten signature]

Роман КУШНІР

«19»

06

2024р.

ВИСНОВОК

Про наукову та новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації Білушчака Юрія Ігоровича на тему: «Математичне моделювання процесів масоперенесення у складних тілах з мікроструктурою», поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – «математичне моделювання та обчислювальні методи»

Робота заслухана на засіданні розширеного семінару відділу числових методів математичної фізики Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України (протокол № 5 від 18 червня 2024р.), на якому доповідач виклав основні положення та результати дисертаційної роботи.

ПРИСУТНІ: 10 співробітників ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАНУ, а саме:

Науковий керівник семінару д.т.н., проф. М.І. Андрійчук, завідувач відділом;
д.ф.-м.н., проф. Є.Я. Чапля, пров.н.с.;
д.т.н., проф. О.Ю. Чернуха, пров.н.с.;
д.ф.-м.н., проф. О.Р. Гачкевич, зав. відділом;
д.т.н., проф. П.С. Малачіський, зав. лаб.;
д.т.н., проф. Б.В. Гера, ст.н.с.;
д.т.н., ст.н.с. Б.І. Гайвась, ст.н.с.;
к.ф.-м.н., ст.н.с. Т.Я. Соляр, ст.н.с.;
к.ф.-м.н. О.Ф. Заморська, пров. мат.;
к.т.н. А.Є. Чувара, ст.н.с.;

Відбулась доповідь старшого наукового співробітника ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України Білушчака Юрія Ігоровича за матеріалами докторської дисертації на тему: Математичне моделювання процесів масоперенесення у складних тілах з мікроструктурою.

Науковий консультант: д.т.н., проф. О.Ю. Чернуха.

Тема дисертації затверджена 30.08.2022 р. на засіданні вченої ради ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, протокол № 7.

На всі запитання Юрій Білушак дав правильні і ґрунтовні відповіді.

1. Актуальність теми.

У практиці, наприклад, при виборі оптимальних структур нових композитних матеріалів, хіміко-технологічних процесах, визначення надійності та довговічності конструкційних елементів, встановленні оптимальних параметрів фільтрувальних установок, тощо, часто виникає необхідність досліджувати процеси масоперенесення у складних та складених тілах у випадку, коли певні макроелементи мають свою локальну мікроструктуру.

Формулювання математичних моделей перенесення, контактнo-крайових задач фільтрації вимагає накладання адекватних граничних і початкових умов, що коректно описують реальний процес, який відбувається в досліджуваних середовищах. Крім цього, у випадку наявності експериментальних даних на границі тіла потрібно отримати відповідну функціональну крайову умову.

Тому тема дисертаційної роботи є **актуальною** та важливою і стосується побудови нових математичних моделей перенесення в складних і складених тілах, розробки ефективних аналітичних, числових та аналітико-числових методів розв'язування взаємозв'язаних систем рівнянь гетеродифузії каскадного типу, контактнo-крайових задач конвективної дифузії у тришарових пористих тілах, в тому числі за наявності експериментальних даних на границі, та врахування хімічних реакцій, що супроводжують процеси фільтрації в пористих тілах.

Дисертація спрямована на вирішення науково-прикладної проблеми розвинення підходів і методів математичного моделювання процесів масоперенесення в складних і складених тілах, що супроводжуються процесами сорбції-десорбції, каскадним розпадом або хімічними реакціями, за експериментальних даних на границі тіла.

2. Дисертаційна робота виконувалась в рамках науково-дослідних робіт. А саме: математичне моделювання процесів масоперенесення у складних тілах з мікроструктурою відображено у звітах тем «Створення і дослідження математичних моделей процесів переносу у регулярних і нерегулярних дисперсних структурах, континуальних моделей наномеханіки і математичних методів обробки експериментальних даних» (№ ДР 0115U003566, 2015-2017); «Моделювання процесів масопереносу в складних мережевих структурах для визначення оптимальних параметрів керування динамічними режимами» (№ ДР 0115U001883, 2016-2018); «Математичне та комп'ютерне моделювання зв'язаних процесів різної фізичної природи в об'єктах складної внутрішньої структури і топології та створення програмного забезпечення» (ДР 0117U006866, 2018-2020); «Побудова і дослідження математичних моделей тепломасопереносу в технологічних і природних системах та створення відповідного програмного забезпечення» (№ ДР 0121U100456, 2021-2023); «Розвиток числових методів для нелінійних інтегральних рівнянь типу Гаммерштейна, багатопараметричних спектральних задач і одновимірних та багатовимірних крайових задач математичної фізики» (№ ДР 0119U100607, 2019-2023); «Обґрунтування та застосування обчислювальних методів для розв'язання класичних та прикладних задач» (№ ДР 0117U001850, 2017-2021) і «Математичне та комп'ютерне моделювання процесів масоперенесення в стохастично неоднорідних шаруватих структурах, застосованих у військових об'єктах» (№ ДР 0123U101691, 2023-2025).

3. У роботі отримано низку **нових результатів** щодо побудови математичних моделей масоперенесення в складних та складених тілах і розвинення підходів та методів знаходження розв'язків крайових і контактнo-крайових задач, сформульованих на основі цих моделей.

1. Вперше аксіоматизованому вигляді побудована математична модель взаємозв'язаних теплових, механічних та гетеродифузійних процесів та отримано часткові варіанти моделі, які враховують каскадний розпад мігруючих речовин.

2. Вперше сформульовано новий тип крайових задач масоперенесення каскадного типу, коли концентрація частинок на певному кроці розпаду є джерелом маси розпадної речовини на наступному кроці; розвинено метод розв'язання крайових задач каскадного типу на основі функцій Гріна.

3. Вперше запропоновано системний підхід до опису складних та складених систем, який ґрунтується на синтезі класичного підходу математичного моделювання процесів різної фізичної природи для добреструктурованої частини системи та некласичного статистичного підходу до моделювання невідомої граничної умови на основі експериментальних даних.

4. Вперше розроблений чисельний метод знаходження подвійних інтегралів зі змінними верхніми межами та змінною областю інтегрування, який враховує змінність сітки інтегрування, застосування кубатур у під області з квадратних елементів і триангуляційне розбиття вздовж змінної межі; встановлення похибки обчислень розкладом інтеграла в ряд Тейлора.

5. Вперше побудовано математичну модель конвективної дифузії домішкових частинок у пористих складених тілах та модель механічного очищення засипним фільтром води із хімічним пом'якшенням води в умовах невизначеності.

6. Вперше отримано функціональні залежності концентрацій розпадних речовин, потоків маси та кількості речовини, що пройшла через шар, в складених та складених тілах від фізико-хімічних та геометричних характеристик середовища.

Отримані результати належним чином обґрунтовано та верифіковано. Окремі теоретичні результати роботи використані при виконанні держбюджетних тем за відомчими замовленнями НАН України.

4. Теоретичне та практичне значення роботи. Значення результатів дисертаційної роботи для теорії полягає в побудові нової математичної моделі взаємоз'язаних процесів різної фізичної природи за каскадного розпаду домішкових речовин та її часткових варіантів, формулюванні на цій основі крайових задач каскадного типу і розвиненні ітераційного методу знаходження їхніх розв'язків. Запропоновано також метод знаходження подвійних інтегралів зі змінними верхніми межами та змінною областю інтегрування, який дозволяє накладати різні сітки, що змінюються функціонально.

Це дає можливість кількісно досліджувати особливості розподілів концентрацій домішок на всіх етапах розпаду, потоків та кількостей речовин, що пройшли через шар в залежності від відомих фізико-хімічних властивостей складеного середовища, хімічних реакцій, параметрів мігруючих речовин та експериментальних даних на границі тіла.

Результати дисертації використані для розрахунку експлуатаційних параметрів каркасно-насіпних фільтрів води й часових параметрів роботи промислових фільтрів води, більш ефективного очищення забруднених водних розчинів, проведено комп'ютерні обчислення щодо пом'якшення води, а саме вилучення надлишків іонів кальцію, оцінки процесів гетеродифузії органічних азотовмісних сполук, пестицидів та радіоактивних речовин за їх натурального розпаду, що підтверджено 5 актами про використання результатів роботи.

До дисертації додані акти про використання результатів роботи на виробництві та в навчальному процесі, пов'язаних з використанням розвинених нових методів побудови розв'язків та їх дослідження, тощо.

5. Публікації та висновок про особистий внесок здобувача в отримання наукових результатів та в працях, написаних у співавторстві. За темою дисертації опубліковано 78 наукових праць. Серед них 2 монографії [1, 2], 2 розділи колективних монографій [3, 4], 8 статей опубліковані в журналах, які індексуються науково-метричними базами Scopus та Web of Science [5-12], 14 у наукових фахових виданнях [13-26], зокрема одна стаття опублікована у виданні, включеному до категорії «А» Переліку наукових видань України [13], 4 у матеріалах

міжнародних конференціях, які індексуються у Scopus та Web of Science [27-30], 46 публікацій [31-76] у матеріалах міжнародних і національних конференцій, 2 свідоцтва про реєстрацію авторського права на твір, що додатково відображають результати дисертації [77, 78], 5 праць опубліковано без співавторів.

1. *Чанля Є.Я., Чернуха О.Ю., Білуцак Ю.І.* Математичне моделювання гетеродифузійних процесів при розпаді частинок. – Львів: Растр-7, 2018. – 240 с.
2. Математичне моделювання нерівноважних процесів у складних системах / *Білуцак Ю.І., Гайвась Б.І.* під заг. ред. Є.Я. Чанлі. – Львів: Растр-7, 2019. – 256 с.
3. *Bilushchak Y., Chermukha O., Chuchvara A.* Approximation of boundary condition according to experimental data on the lower surface of the body during the simulation of the bulk water filter / Technical research and development: collective monograph. – Boston : Published Primedia eLaunch, 2021. – P. 64-79.
4. *Chermukha O., Chuchvara A., Bilushchak Y.* Simulation of admixture diffusion in a layer with randomly disposed spherical inclusions / Information Technology in Selected Areas of Management 2017. – Krakow: Wydawnictwa AGH, 2018. – P. 109-123.
5. *Chermukha O.Y., Bilushchak Y.I., Chuchvara A.Y.* On the error of the approximate calculation of double integrals with variable upper limits // Carpathian Mathematical Publications. – 2024. – 16, No 1. – 25p. (Q2)
6. *Chermukha O., Bilushchak Y.* Mathematical Modeling of the Processes of Convective Diffusion and Sorption in a Three-Layer Porous Body. I. Mass Transfer of Impurity Particles with a Porous Solution // Journal of Mathematical Sciences. – 2024. – Vol. 279, No 2. – P. 247-259. (Q3)
7. *Chermukha O., Bilushchak Y., Shakhovska N., Kulhánek R.* A Numerical Method for Computing Double Integrals with Variable Upper Limits / Mathematics. – 2022. – Vol. 10 (1), 108. – 26 p. (Q1)
8. *Chermukha O., Chuchvara A., Bilushchak Y., Pukach P., Kryvinska N.* Mathematical modelling of diffusion flows in two-phase stratified bodies with randomly disposed layers of stochastically set thickness // Mathematics. – 2022. – Vol. 10 (19), 3650. – 25p. (Q1)
9. *Chermukha O., Bilushchak Y.* A mathematical model of two-way heterodiffusion processes with cascade decay of migrating particles // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 253, No 1. – P. 156-167. (Q3)
10. *Bilushchak Y., Chermukha O.* Modeling of the processes of heterodiffusion in two ways for the cascade decay of admixture particles. I. Cascade-type initial-boundary-value problems // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 254, No 1. – P. 142-155. (Q3)
11. *Bilushchak Y., Chermukha O.* Modeling of the Processes of Heterodiffusion in Two Ways for the Cascade Decay of Admixture Particles. II. Quantitative Analysis // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 256, No 4. – P. 482-496. (Q3)
12. *Chermukha O., Bilushchak Y.* Mathematical modeling of the mean concentration field in random stratified structures with regard for the jumps of sought function on the interfaces // Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – Vol. 240, – P. 70-84. (Q3)
13. *Чернуха О.Ю., Білуцак Ю.І.* Математичне моделювання процесів конвективної дифузії і сорбції у тришаровому пористому тілі. II. Кількісний аналіз концентрації домішкових частинок на границях контакту фаз // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2022. – 65, № 1-2. – С. 229-240. (категорія А)
14. *Chermukha O., Bilushchak Y., Chuchvara A.* Mathematical modeling diffusion of admixture particles in a strip with randomly located spherical inclusions of different materials with commensurable volume fractions of phases // Scientific Journal of TNTU. – 2021. – Vol. 101, № 1. – P. 28-46.

15. *Chaplya Y., Chermukha O., Bilushchak Y.* Matrix Green's function of double-diffusivity problem and its applications to problems with inner point source // Task Quarterly. – 2019. – Vol. 23, No. 1. – P.75-99.

16. *Чернуха О. Ю., Білуцзяк Ю. І.* Про побудову інтегрального перетворення для оператора рівняння конвективної дифузії за мішаних граничних умов // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2020. – Вип. 30. – 85-102.

17. *Чернуха О., Гончарук В., Білуцзяк Ю., Давидок А.* Математичне моделювання та прогнозування поширення радіоактивних забруднень у приповерхневих шарах насиченого ґрунту // Математичні машини і системи. – 2017. – № 3. – С. 82-101.

18. *Чернуха О., Білуцзяк Ю.* Комп'ютерне моделювання дифузії домішкових речовин у середовищі з пастками за каскадного розпаду частинок // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2017. – Вип. 25. – С. 170-183.

19. *Чернуха О., Білуцзяк Ю., Гончарук В.* Математичне моделювання розподілу концентрації домішок у стохастичних шаруватих тілах за неідеальних умов контакту на міжфазних границях // Вісник Кременчуцького національного університету ім.М.Остроградського – 2017. – Вип. 3, Т. 104 – С.52-61.

20. *Чернуха О., Гончарук В., Білуцзяк Ю., Давидок А.* Пакет програм “FlowRan” для дослідження дифузійних потоків у випадкових шаруватих структурах // Математичні машини і системи. – 2016. – № 1. – С. 106-119.

21. *Chermukha O.Y., Bilushchak Yu. I.* Mathematical modeling of random concentration field and its second moments in a semispace with erlangian distribution of layered inclusions // Task Quarterly. – 2016. – Vol. 20, No. 3. – P.295-334.

22. *Білуцзяк Ю., Гончарук В., Чапля Є., Чернуха О.* Математичне моделювання дифузії домішкових компонент за їх каскадного розпаду // Математичні машини і системи. – 2015. – № 1. – С. 146-155.

23. *Гончарук В. Є., Білуцзяк Ю. І., Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю.* Математичне моделювання та прогнозування поширення забруднень у ґрунті // Комунальне господарство міст. Серія: Безпека життя і діяльності – наука, освіта, практика. – 2015. – Вип. 120 (1). – С 115-121.

24. *Білуцзяк Ю.І.* Моделювання других моментів випадкового поля концентрації в півпросторі з експоненціальним розподілом шаруватих включень // Вісник Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського – 2014. – Вип. 6, Т. 89 –С.71-79.

25. *Білуцзяк Ю.І., Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю.* Про підсумовування асимптотичних доданків у розв'язках задач дифузії // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2014. – Вип. 19. – С. 11-20.

26. *Білуцзяк Ю. І., Гончарук В. Є., Чернуха О. Ю.* Математична модель невзаємодіючих потоків для опису процесів масопереносу двома шляхами за каскадного розпаду частинок // Прикладні проблеми механіки і математики. – 2014. – Вип. 12. – С 137-145.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

27. *Chermukha O., Bilushchak Y., Pakholok B.* System approach to mathematical description of transport processes with chemical reaction in multiphase multicomponent body / 2020 IEEE 2nd International Conference on System Analysis & Intelligent Computing (SAIC). – Proceedings (2020). – P. 144-149.

28. *Chermukha O., Bilushchak Y.* Method of Construction of Finite Integral Transform for Operator of Parabolic Differential Equation under Mixed Boundary Conditions / 2020 IEEE 6th International Conference on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC). – Proceedings (2020). – P. 38-42.

29. *Chermukha O., Chuchvara A., Bilushchak Y.* The model of diffusion processes in a two-phase strip with randomly disposed spherical inclusions near the mass source on the body surface /

Proceedings of IEEE 3rd International Conference on System Analysis and Intelligent Computing (SAIC 2022), Kyiv, 4-7 October, 2022. – pp. 1-6.

30. *Chermukha O., Bilushchak Y., Chuchvara A.* Model problem of thermodiffusion of admixture particles in aircraft materials / 2019 IEEE 5th International Conference Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments, APUAVD 2019. – Proceedings (2019). – P. 290-294.

31. *Білуцак Ю.І., Чернуха О.Ю., Чучвара А.Є.* Дослідження алгоритму розв'язування нелінійних // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання", Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2024. – С.170-173.

32. *Чернуха О., Білуцак Ю., Білуцак Г.* Процеси перенесення в шарі за лінійної регресійної моделі на нижній границі // Modeling, Control and Information Technologies: Proceedings of International Scientific and Practical Conference, Рівне. – 9–11 листопада 2023. – С. 161–164.

33. *Chermukha O., Bilushchak Y., Chuchvara A.* Mathematical model of chemical purification of water in a mechanical filter / Scientific debates and prospective orientations of scientific development: Collection of scientific papers «ЛОГОС», materials from the III International Scientific and Practical Conference, Paris, 8 July, 2022. – P. 192-203.

34. *Bilushchak Y., Chermukha O., Chuchvara A.* Method for numerical solving a nonlinear functional equation in an interval of unknown length // Abstracts of IV International Scientific and Practical Conference Prospects And Achievements in Applied and Basic Sciences (Budapest, Hungary February 9 – 12, 2021). – P. 501-506.

35. *Білуцак Ю., Чернуха О., Чучвара А.* Про побудову інтегрального перетворення оператора параболічного диференціального рівняння за мішаних граничних умов I і II роду / Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання", Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2021. – С. 168-169.

36. *Білуцак Ю., Чернуха О., Чучвара А.* Апроксимація граничної умови на невідомому часовому інтервалі при моделюванні процесів конвективної дифузії у промислових фільтрах води / Матеріали Міжнародної наукової конференції "Сучасні проблеми термомеханіки – 2021", Львів, 2021. – С. 20-19.

37. *Чернуха О.Ю., Білуцак Ю.І.* Моделювання конвективної дифузії забруднень у двошарових фільтрах води за апроксимації граничної умови на невідомому часовому інтервалі // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання", Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2020. – С. 207-211.

38. *Chermukha O., Bilushchak Y.* Interpolation of Boundary Condition at Time-Interval of Unknown Length for the Problem of Convective Diffusion in a Three-Layered Water Filter // Conference Modeling, Control and Information Technologies, 2019. – P. 25-28.

39. *Chuchvara A., Bilushchak Y., Chermukha O.* Investigation of dispersion and correlation function of the probable beta-distribution // MODERN SCIENTIFIC CHALLENGES AND TRENDS: a collection scientific works of the International scientific conference (20th April, 2019) – Warsaw: Sp. z o. o. "iScience", 2019. – P. 115-119.

40. *Чернуха О.Ю., Білуцак Ю.І.* Процеси конвективної дифузії у тришаровому пористому тілі // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур: збірник наукових праць 10-ї Міжнародної наукової конференції / за заг. ред. Р.М. Кушніра і Г.С. Кіма // Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2019. – Вип. 5. – С. 236-237.

41. *Chermukha O., Bilushchak Y.* Simulation of double-diffusivity processes with cascade decay of admixture particles / International scientific and practical conference "Technical sciences: history, the present time, the future, EU experience" Wloclawek, Republic of Poland, September 27-28, 2019. P.56-61.

42. Білуцзяк Ю.І. Дослідження концентрації та потоків маси домішкових речовин за моделлю дифузії у тілі з пастками, що супроводжується ланцюговим розпадом / Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних методів та інформаційних технологій», Рівне, 2018. – С. 32-34.
43. Чернуха О.Ю., Білуцзяк Ю.І. Числовий метод знаходження подвійного інтеграла зі змінними верхніми межами / Сучасні проблеми механіки та математики: збірник наукових праць у 3-х т. – Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2018. – Т. 3. – С. 38-40.
44. Чернуха О., Білуцзяк Ю., Чапля Є. Функції Гріна задач дифузії двома шляхами / Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання", Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2018. –С. 287-291.
45. Chaplya Ye., Chermukha O. Bilushchak Y. Mathematical Modeling and Simulation of Processes of Heterodiffusion with Cascade Decay of Particles / Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції "Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання", Івано-Франківськ: п. Голіней О.М., 2018. – С. 276-286.
46. Чернуха О., Білуцзяк Ю., Чучвара А. Програмний комплекс для моделювання дифузії у тілі з пастками за каскадного розпаду мігруючих частинок / Матеріали 20-ї міжнар. науково-технічної конф. SAIT «Системний аналіз та інформаційні технології», Київ: ННК «ІПСА» НУТУ «КП», 2018. - С. 98-99.
47. Чернуха О. Ю., Білуцзяк Ю. І., Пахолок Б. Б., Ментинський С. М. Архітектура пакету комп'ютерних програм GeterPas1 для кількісного дослідження процесів переносу за каскадних хімічних реакцій / Матеріали наукової конференції «Сучасні тенденції розвитку української науки», Переяслав-Хмельницький, 2018. – Вип. 4 (14). – С. 56-65.
48. Чапля Є., Чернуха О., Білуцзяк Ю. Континуальні моделі багатошвидкісних процесів масоперенесення розпадних речовин у тілах з мікроструктурою / Матеріали міжнародної наукової конференції «Мікро- та нанонеоднорідні матеріали: моделі та експеримент»; Львів: Растр-7, 2018. – С. 36-37.
49. Чапля Є., Чернуха О., Білуцзяк Ю. Аналітико-ітераційний метод розв'язування крайових задач гетеродифузії каскадного типу / Матеріали ХХІV всеукраїнської наукової конференції «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики», Львів: Вид-во Тараса Сороки, 2018. – С. 179-185.
50. Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю., Білуцзяк Ю.І. Метод функцій Гріна для розв'язування крайових задач гетеродифузії двома шляхами / Матеріали V науково-технічної конференції «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації» присв. пам'яті проф. Б.О.Попова, Львів: ФМІ НАНУ, 2018. – С. 119-125.
51. Чернуха О., Білуцзяк Ю., Чучвара А. Модель гетеродифузії двома шляхами при поверхневому забрудненні ґрунту за каскадного розпаду частинок / Матеріали V міжнародної науково-практичної конф. «Безпека життєдіяльності на транспорті та виробництві – освіта, наука, практика», Херсон: В-во Херсонської державної морської академії, 2018. – С. 283-287.
52. Білуцзяк Ю.І., Чернуха О.Ю., Чучвара А.Є. Математичний опис конвективної дифузії двокомпонентного розчину у багатошарових каркарсно-насіпних фільтрах води / Матеріали ХVІІ міжнар. наук.-техн. конф. «Фізичні процеси та поля технічних та біологічних об'єктів», Кременчук: КрНУ, 2018. – С. 156-158.
53. Chermukha O., Bilushchak Y., Chuchvara A. Program package "FlowRan" for computing of diffusion flow in random stratified body / International scientific and practical conference "Prospects for the development of technical sciences in EU countries and Ukraine" Wloclawek, Republic of Poland, 21–22 december 2018). – P.33-38.
54. Гончарук В., Білуцзяк Ю., Чернуха О. Моделювання міграції забруднення у середовищі з пастками за каскадного розпаду частинок // Матеріали IV міжнародної науково-практичної

конф. «Безпека життєдіяльності на транспорті та виробництві – освіта, наука, практика». – Херсон: В-во Херсонської державної морської академії, 2017. – С. 341-347.

55. *Чернуха О., Гончарук В., Білуцак Ю., Чучвара А.* Моделювання та прогнозування поширення радіоактивних забруднень у ґрунтах // Міжнародна конференція "Проблеми зняття з експлуатації об'єктів ядерної енергетики та відновлення навколишнього середовища", м. Славутич, 25-27 квітня 2017. – С. 309-322.

56. *П'янило Я., Чернуха О., Гончарук В., Білуцак Ю.* Математичне моделювання та прогнозування поширення радіоактивних забруднень у приповерхневих шарах землі // Семінар «Сталий розвиток – погляд у майбутнє (Львів, 15 вересня 2017р.), Львів: Видавництво львівської політехніки, 2017. – С. 26.

57. *Чернуха О., Білуцак Ю.* Математичне та комп'ютерне моделювання процесів конвективної дифузії у двошарових засипних фільтрах води // Матеріали статей між. науково-практичної конф. «Інформаційні технології та компютерне моделювання». – Івано Франківськ: п.Голіней О.М. – 2017. – С.349-354.

58. *Білуцак Ю.* Математичне моделювання дифузії у середовищі з пастками за каскадного розпаду домішок // Матеріали статей між. науково-практичної конф. «Інформаційні технології та компютерне моделювання». – Івано Франківськ: п.Голіней О.М. – 2017. - С.342-348.

59. *Чернуха О., Лянце Г., Білуцак Ю.* Перенесення радіонуклідів ґрунтовими водами // Матеріали IV міжнар. науково-практичної конференції «Екологія і природокористування в системі оптимізації відносин природи і суспільства». м. Тернопіль, 27-28 квітня 2017 року. – Тернопіль: Крок, 2017. – С. 134-135.

60. *Білуцак Ю.І., Гончарук В.Є., Чернуха О.Ю., Чучвара А.Є.* Математичне моделювання дифузійних процесів у випадкових шаруватих структурах за явного врахування стрибків концентрації та її похідної на міжфазних границях // Матеріали 19-ї міжнар. науково-технічної конф. SAIT «Системний аналіз та інформаційні технології» (Київ, 22-25 травня 2017р.), К.:ННК «ІПСА» НУТУ «КПІ», 2017, С. 38-39.

61. *Чернуха О.Ю., Гончарук В.Є., Білуцак Ю.І., Давидок А.Є.* Комп'ютерне моделювання роботи двошарового засипного фільтра води // Збірник наукових праць XV міжнародної науково-практичної конференції «Безпека життя і діяльності людини – освіта, наука, практика». – Київ: «Темпо», 2016. – С. 312-316.

62. *Білуцак Ю.І., Гончарук В.Є., Давидок А.Є., Чернуха О.Ю.* Математичне та комп'ютерне моделювання двошарового засипного фільтра очистки води // Матеріали IV науково-технічної конференції «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації» присв. пам'яті проф. Б.О.Попова. – Львів: ФМІ НАНУ, 2016. – С. 162-166.

63. *Чернуха О., Білуцак Ю.* Моделювання усередненого поля концентрації у випадкових шаруватих структурах з урахуванням стрибків шуканої функції на міжфазних границях // Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми термомеханіки: збірник наукових праць» [Електронний ресурс]. – Львів: ІПІММ ім. Я.С.Підстригача НАН України, 2016. – Режим доступу: www.iarpm.lviv.ua/MPT2016. – С. 135-136

64. *Білуцак Ю.І., Гончарук В.Є., Чернуха О.Ю., Чучвара А.Є.* Числові методи для комп'ютерного моделювання довговічності роботи двошарового фільтра води // Матеріали XV Міжнародної науково-технічної конференції «Фізичні процеси та поля технічних та біологічних об'єктів». – Кременчук: В-во КрНУ ім. М. Остроградського, 2016. – С. 118-120.

65. *Bilushchak Yu. I., Chermukha O.Y., Davydok A.Y., Goncharuk V.Y.* Mathematical model for mass flow in a strip with randomly disposed sublayer of stochastic thickness // System analysis and information technologies: 18-th International conference SAIT 2016. Proceedings. – Kyiv: ESC "IASA" NTUU "KPI", 2016. – P. 24-25.

66. *Білуцак Ю.* Комп'ютерне моделювання других моментів випадкового поля концентрації в півпросторі з ерлангівським розподілом шаруватих включень // Інформаційні

технології та комп'ютерне моделювання: матеріали статей міжнародної науково-практичної конференції м. Івано-Франківськ, 2016. – С. 195-197.

67. Гончарук В. Є., Білуцак Ю. І., Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю. Математичне моделювання міграції забруднень у ґрунті з кругового джерела на поверхні // Матеріали XVI Міжнародної науково-методичної конференції. "Безпека життя і діяльності людини – освіта, наука, практика". – Харків; 2015. – С. 48-50.

68. Bilushchak Yu. I., Chernukha O. Yu., Gera B. V., Goncharuk V. Ye. Software for description of diffusion by two ways with cascade particle decay // System analysis and information technologies: 17-th International conference SAIT 2015. – Kyiv: ESC "IASA" NTUU "KPI", 2015. – P. 23-24.

69. Чернуха О.Ю., Гончарук В.Є., Білуцак Ю.І. Процеси масоперенесення в багатокомпонентному середовищі за каскадного розпаду частинок // Матеріали науков-технічної конференції «Мікро- та нанонеоднорідні матеріали: моделі та експеримент» (INTERPOR'15). – Львів: В-во Львівської політехніки, 2015. – С. 79-80.

70. Білуцак Ю. І., Гончарук В. Є., Давидок А. Є., Чернуха О. Ю. Математичне моделювання взаємозв'язних теплових і дифузійних процесів з урахуванням розпаду домішки у двофазній стохастично неоднорідній багаточастинковій смужці // Матеріали міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів». – Рівне: РВВ РДГУ, 2015. – С. 30.

71. Білуцак Ю. І., Гончарук В. Є., Давидок А. Є., Чернуха О. Ю. Пакет програм для розв'язування крайових задач дифузії у випадкових структурах // Збірник наукових праць XXI Всеукраїнської наукової конференції «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики». – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2015. – С. 63-66.

72. Білуцак Ю. І., Гончарук В. Є., Чернуха О. Ю. Математичне моделювання процесів дифузії за каскадного розпаду мігруючих речовин // Матеріали 16-ї міжнар. науково-технічної конф. SAIT «Системний аналіз та інформаційні технології» (Київ, 26-30 травня 2014р.). – К.: НК «ПСА» НТУУ «КПІ», 2014. – С. 57-58.

73. Чернуха О.Ю., Гончарук В.Є., Білуцак Ю.І. Комп'ютерне моделювання дифузійних процесів за каскадного розпаду мігруючих речовин // Матеріали III науково-технічної конференції «Обчислювальні методи і системи перетворення інформації» (Львів, 25-26 вересня, 2014р.), Львів: ФМІ НАНУ, 2014. – С. 59-62.

74. Білуцак Ю. Пакет програм для комп'ютерного моделювання дифузії домішок у випадково неоднорідній шаруватій структурі // Матеріали IX Міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур» (15-19 вересня 2014 р. Львів) ІППМ НАНУ, 2014. – С. 17-19.

75. Гончарук В.Є., Білуцак Ю.І., Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю. Прогнозування поширення забруднення у ґрунті на основі математичних моделей гетеродифузії з урахуванням пасток та розпаду // 3-й Міжнародний конгрес «Захист навколишнього середовища. Енергоощадність збалансоване природокористування (Львів 17-19 вересня 2014 р) НУ ЛП, 2014. – С. 23.

76. Чернуха О.Ю., Гончарук В.Є., Білуцак Ю.І. Математичний опис процесів масопереносу двома шляхами з каскадним розпадом частинок за моделлю невзаємодіючих потоків // Тези доповідей XIII Міжнародної науково-технічної конференції «Фізичні процеси та поля технічних і біологічних об'єктів». – Кременчук: КрНУ ім. М. Остроградського, 2014. – С. 196-197.

77. Білуцак Ю., Чернуха О., Чучвара А. Пакет програм «WodFil» для дослідження процесів очищення від забруднення у водному фільтрі // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 118818 від 08.05.2023р.

78. Чернуха О.Ю., Чапля Є.Я., Гончарук В.Є., Білуцак Ю.І., Давидок А.Є. Пакет програм для розрахунку дифузійних потоків у двофазних тілах випадкової шаруватої структури («FlowRap») // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 61858 від 28.09.2015р.

Опубліковані праці повно висвітлюють основний зміст дисертації.

6. Особистий внесок здобувача. Усі наведені в роботі основні наукові результати, положення, моделі, підходи та методи, висновки та рекомендації отримано автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать: побудова математичної моделі термомеханогетеродифузії за каскадного розпаду мігруючих частинок [1, 2, 45, 76], отримання часткових варіантів моделі за умов локальної термодинамічної рівноваги між станами [9, 18, 41, 51], розвинення методів розв'язування крайових задач каскадного типу [10, 22, 48, 49, 54], побудова розв'язків таких задач [11, 26, 55, 69], розробка програмного забезпечення [46, 68, 70, 75], їхній числовий аналіз [23, 56, 59, 72] та комп'ютерне моделювання [17, 47, 67, 73], означення та дослідження функцій Гріна задачі гетеродифузії [15, 44, 50]; системний підхід до математичного опису процесів перенесення в складних і складених системах за наявності експериментальних даних на одній з границь тіла [27, 32], інтерполяція [38], апроксимація [3, 36] і екстраполяція [30, 57] даних щодо граничної умови; формулювання крайових задач конвективної дифузії у тришаровому фільтрі [6, 21, 40], розробка методу розв'язування [16, 35, 64] та отримання розв'язків [52], створення математичного забезпечення [4, 61, 62] та встановлення закономірностей процесів конвективної дифузії у тришаровому тілі за неідеальних умов контакту [8, 13, 19]; чисельне інтегрування подвійного інтеграла зі змінними верхніми межами та змінною областю інтегрування [7], встановлення оцінок [5] та похибки обчислень [43]; алгоритм розв'язання нелінійного функціонального рівняння на відрізку невідомої довжини [31, 34], критерії визначення часу насичення фільтра [28] та визначення оцінки часу виходу концентрації домішки на нижній границі тришарового пористого тіла на стаціонарний режим [37]; побудова математичної моделі конвективної дифузії забрудненого розчину у фільтрі води з пом'якшенням жорсткої води за експериментальних даних на границі [33], отримання рівняння масоперенесення сполуки одного з основних катіонів і реагента, що вступають у хімічну реакцію для математичного опису пом'якшення жорсткої води [25], рівняння масоперенесення частинок нерозчинної речовини, що утворилися в наслідок хімічної реакції [12], числовий аналіз функцій концентрації забруднюючих частинок, які мігрують у водному розчині [29, 65], та концентрації частинок, сорбованих на скелеті фільтра [14], встановлення впливу коефіцієнта швидкості конвективного перенесення та товщини фільтра на концентрацію частинок забруднення, що мігрують з розчином [60], і концентрації сорбованої речовини [39], числові експерименти для визначення закономірностей роботи якісного і не дуже якісного фільтрів води [63, 71], розроблення програмних модулів пакетів Wodfil [77] та FlowRan [20, 53, 78]. У всіх опублікованих у співавторстві працях автору належать постановки задач.

7. Дисертація та реферат оформлені відповідно до Наказом МОН від 12.01.2017 № 40 "Про затвердження вимог до оформлення дисертацій", зареєстрованим у Мін'юсті 03.02.2017 № 155/30023 (зі змінами, внесеними згідно з Наказом від 31.05.2019 № 759). Дисертаційна робота має логічну структуру й складається зі взаємопов'язаних частин – від побудови математичної моделі механотермогетеродифузії за каскадного розпаду домішкової речовини при локальній зміні стану частинок за континуально-термодинамічним підходом, на цій основі постановки та отримання розв'язків крайових задач каскадного типу, розвинення двох підходів до опису складних і складених систем, до розв'язання крайових задач та конкретних досліджень, які ілюструють ефективність запропонованих моделей, та чисельних експериментів. Ці складові частини у сукупності вирішують сформульовану мету дослідження. Мова і стиль падання матеріалу зрозумілі для сприйняття та відповідають дисертаційним вимогам.

Дисертаційна робота Ю.І. Білуцака відповідає паспорту спеціальності 01.05.02 – «математичне моделювання та обчислювальні методи» (технічні науки). Зокрема, зміст роботи відповідає першому з вказаних в паспорті спеціальності 01.05.02 напрямків досліджень: «Розроблення або розвиток теорії математичного моделювання реальних явищ, об'єктів, систем чи процесів як сукупності формалізованих дій (операцій) для складання ефективних математичних описів досліджувальних об'єктів». В дисертації розвивається

теорія математичного моделювання процесів масоперенесення в складних та складених тілах з мікроструктурою. Дисертація відповідає профілю спеціалізованої вченої ради Д58.052.01 для захисту дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю: 01.05.02 «Математичне моделювання і обчислювальні методи (з технічних наук)» у Тернопільському національному технічному університеті ім. Івана Пулюя.

У докторській дисертації Ю.І.Білуцака не використовуються матеріали і не повторюються висновки його кандидатської дисертації.

За актуальністю, теми обсягом виконаних досліджень, новизною отриманих результатів, їх науковою та практичною значимістю, кількістю та якістю опублікованих праць дисертація відповідає вимогам п.7 та 9, «Порядку присудження та позбавлення наукового ступеня доктора наук» (Постанова Кабінету Міністрів України від 17 листопада 2021р. № 1197, м. Київ, зі змінами, внесеними згідно з постановою КМ № 507 від 03.05.2024р.) за спеціальністю 01.05.02 – «математичне моделювання та обчислювальні методи» (технічні науки).

Рецензенти:

Доктор технічних наук, професор

Михайло АНДРІЙЧУК

Доктор фізико-математичних наук, професор

Олександр ГАЧКЕВИЧ

Доктор фізико-математичних наук, професор

Богдан ДРОБЕНКО